



COPPE/UFRJ Programa de Engenharia Elétrica

COE 751 Análise de Redes Elétricas

Fluxo de Potência em Redes de Distribuição Radiais

1.1 Formulação do Problema

Os métodos convencionais de cálculo de fluxo de potência em redes de transmissão, tais como os métodos de Newton-Raphson, Desacoplado Rápido, etc. [Monticelli, 1983], não apresentam desempenho adequado no caso de redes de distribuição radiais. Esse fato resulta de características particulares das redes de distribuição tais como a baixa relação X/R (reatância/resistência) dos parâmetros dos alimentadores, trechos com impedâncias relativamente baixas (representação de chaves, reguladores de tensão e trechos pequenos de linha entre cargas muito próximas) associados a outros com valor de impedância relativamente alto. Essas características podem afetar a convergência dos métodos de solução exigindo grande número de iterações ou, até mesmo, causando divergência do processo iterativo. Além disso, o esforço computacional associado a esses métodos (fatoração de matrizes, solução de sistemas de equações, etc.) é desnecessariamente alto no caso de redes de distribuição radiais.

Métodos eficientes para solução do problema de fluxo de potência em redes de distribuição radiais estão disponíveis na literatura especializada [Srinivas, 2000]. Esses métodos estão divididos em duas grandes categorias:

- Métodos de varredura direta e inversa;
- Métodos baseado na matriz impedância nodal implícita.

A primeira categoria é recomendada, principalmente, para sistemas puramente radiais embora possa ser adaptada para redes com algumas poucas malhas (fracamente malhados). Nesses métodos, a rede é representada por uma árvore orientada, onde a raiz corresponde à subestação, o tronco ao ramal principal e os ramos estão associados aos ramais secundários que partem do tronco. A varredura reversa consiste em, partindo-se dos nós extremos e usando uma estimativa inicial das tensões nodais, calcular as correntes ou fluxos nas linhas até o nó raiz. A partir do resultado da injeção de corrente ou potência do nó raiz, e do valor conhecido da tensão nessa barra, procede-se a varredura direta a qual consiste em recalculer os valores de tensão das barras da rede até os nós extremos. Esse processo é repetido até que os valores de tensão de duas iterações consecutivas não varia mais que um valor de tolerância pré-estabelecido. O método tem duas versões: a primeira [Shirmohammadi, 1988] tem uma formulação em termos de corrente (*Soma de Correntes*) enquanto a segunda [Broadwater, 1988; Medeiros, 1975] utiliza uma formulação baseada em potência (*Soma de Potências*).

Os métodos baseados na matriz impedância nodal implícita [Chen, 1991] utilizam uma formulação mais adequada para sistemas malhados. Baseiam-se na formação e fatoração da matriz de admitância nodal (Y_{barra}) e injeções de corrente equivalentes para resolver a rede. Nesse método, o efeito da fonte e das cargas é representado separadamente por superposição.

A seguir, será detalhado o método da Soma das Potências, por ser aquele que tem apresentado melhores resultados para redes de distribuição radiais em termos de precisão dos resultados, tempo total de computação e facilidade de modelagem dos componentes do sistema de distribuição.

1.2 Método da Soma de Potências

O método da soma de potências é um método iterativo composto basicamente pelas seguintes etapas:

- Cálculo das potências equivalentes em cada barra, no sentido das barras terminais para a barra fonte;
- Cálculo das tensões nodais em cada barra, no sentido da barra fonte para as barras terminais (a tensão da barra fonte é conhecida);
- Verificação da convergência: módulo da diferença entre tensões em iterações sucessivas menor que tolerância especificada;
- Se não houver convergência, cálculo das perdas nos ramos, no sentido das barras terminais para a barra fonte. Retorne à etapa 1.

O cálculo das potências equivalentes em cada barra k é realizado através das equações:

$$P_k^{eq} = P_k + \sum P_j + \sum PL_{kj}$$

$$Q_k^{eq} = Q_k + \sum Q_j + \sum QL_{kj} + Q_k^{sh}$$

onde, na equação de potência ativa:

P_k^{eq} - potência ativa equivalente da barra k

P_k - carga ativa da barra k

$\sum P_j$ - somatório das potências equivalentes das barras j diretamente conectadas após a barra k

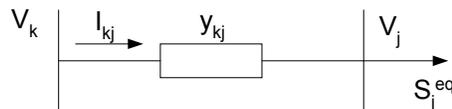
$\sum PL_{kj}$ - somatório das perdas ativas nos ramos conectados entre a barra k e as barras j

Na equação de potência reativa, o significado dos termos é equivalente, a mais de:

Q_k^{sh} - potência reativa shunt injetada na barra k (capacitiva : negativa; indutiva : positiva)

Na primeira iteração, pode-se considerar que as perdas são nulas.

O cálculo das tensões nodais em cada barra k é realizado considerando que, dada a figura abaixo:



$$\begin{aligned}
S_j^{eq} &= P_j^{eq} + jQ_j^{eq} = -V_j I_{jk}^* \\
I_{jk} &= y_{kj}(V_j - V_k) \\
S_j^{eq} &= -V_j [y_{kj}(V_j - V_k)]^*
\end{aligned}$$

Separando-se as partes real e imaginária, isolando-se os termos em *seno* e *coseno* e aplicando-se a relação trigonométrica $\text{sen}^2 + \text{cos}^2 = 1$, chega-se à seguinte equação biquadrada:

$$\begin{aligned}
A|V_j|^4 + B|V_j|^2 + C &= 0 \\
A &= g_{kj}^2 + b_{kj}^2 \\
B &= 2(P_j^{eq} g_{kj} - Q_j^{eq} b_{kj}) - y_{kj}^2 |V_k|^2 \\
C &= (P_j^{eq})^2 + (Q_j^{eq})^2
\end{aligned}$$

O módulo da tensão na barra j é obtido pela solução da equação biquadrada. A fase da tensão na barra j é obtida por:

$$\theta_j = \theta_k + \phi_{kj} + \arctan \left(\frac{Q_j^{eq} - b_{kj} |V_j|^2}{P_j^{eq} + g_{kj} |V_j|^2} \right)$$

sendo:

$$\begin{aligned}
y_{kj} &= g_{kj} + jb_{kj} = |y_{kj}| \angle \phi_{kj} \\
V_j &= |V_j| \angle \theta_j ; V_k = |V_k| \angle \theta_k
\end{aligned}$$

O cálculo das perdas nos ramos ligados entre as barras k e j é realizado através das equações:

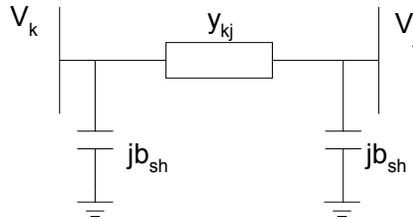
$$\begin{aligned}
PL_{kj} &= |I_{kj}|^2 r_{kj} = \left(\frac{|S_j^{eq}|}{|V_j|} \right)^2 r_{kj} \\
QL_{kj} &= |I_{kj}|^2 x_{kj} = \left(\frac{|S_j^{eq}|}{|V_j|} \right)^2 x_{kj}
\end{aligned}$$

1.2.1 Modelos dos Componentes do Sistema de Distribuição

Na seção anterior, as equações do método da soma de potências foram deduzidas para ramos compostos apenas por uma impedância série. Nesta seção serão mostradas as equações para os modelos dos componentes utilizados em sistemas de distribuição.

1.2.1.1 Linhas e Trechos de Alimentadores

Representados pelo modelo π :



$$I_{kj} = y_{kj}(V_k - V_j) + jb_{sh}V_k$$

$$I_{jk} = y_{kj}(V_j - V_k) + jb_{sh}V_j$$

Na etapa de cálculo das tensões nodais, os parâmetros A, B e C da equação biquadrada e a fase da tensão na barra j valem:

$$A = g_{kj}^2 + (b_{kj} + b_{sh})^2$$

$$B = 2[P_j^{eq} g_{kj} - Q_j^{eq} (b_{kj} + b_{sh})] - y_{kj}^2 |V_k|^2$$

$$C = (P_j^{eq})^2 + (Q_j^{eq})^2$$

$$\theta_j = \theta_k + \phi_{kj} + \arctan\left(\frac{Q_j^{eq} - (b_{kj} + b_{sh})|V_j|^2}{P_j^{eq} + g_{kj}|V_j|^2}\right)$$

Na etapa de cálculo das perdas, calculam-se os fluxos de potência complexa nos dois sentidos e obtêm-se as perdas conforme mostrada a seguir:

$$S_{ij} = V_i I_{ij}^*$$

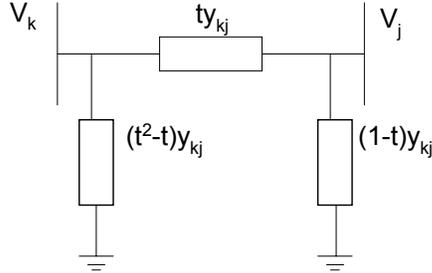
$$S_{ji} = V_j I_{ji}^*$$

$$PL_{ij} = P_{ij} + P_{ji}$$

$$QL_{ij} = Q_{ij} + Q_{ji}$$

1.2.1.2 Transformadores com relação (1:t)

Representados pelo modelo π , com representação do tap para ajuste de tensão:



$$I_{kj} = y_{kj}t^2V_k - y_{kj}tV_j$$

$$I_{jk} = -y_{kj}tV_j + y_{kj}V_k$$

Na etapa de cálculo das tensões nodais, os parâmetros A, B e C da equação biquadrada e a fase da tensão na barra j valem:

$$A = g_{kj}^2 + b_{kj}^2$$

$$B = 2(P_j^{eq} g_{kj} - Q_j^{eq} b_{kj}) - y_{kj}^2 |tV_k|^2$$

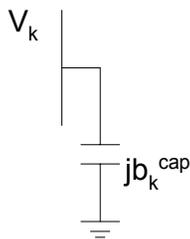
$$C = (P_j^{eq})^2 + (Q_j^{eq})^2$$

$$\theta_j = \theta_k + \phi_{kj} + \arctan\left(\frac{Q_j^{eq} - b_{kj}|V_j|^2}{P_j^{eq} + g_{kj}|V_j|^2}\right)$$

Na etapa de cálculo das perdas, o procedimento é o mesmo descrito para as linhas e trechos.

1.2.1.3 Capacitores Shunt

Representados através de susceptância ligada à referência:



A potência reativa injetada na barra k pelo capacitor é dada por:

$$Q_k^{cap} = b_k^{cap} |V_k|^2$$

Assim, para o cálculo da potência equivalente da barra k , deve-se incluir a potência injetada Q_k^{cap} . Consequentemente, no cálculo das tensões nodais para os ramos diretamente ligados a barra k , novos termos são acrescentados nos coeficientes A, B e C da equação biquadrada devido à susceptância do capacitor.

1.2.1.4 Cargas

Representadas como potência constante ou, opcionalmente, pelo modelo ZIP para as cargas variáveis com a tensão. O modelo ZIP de carga pode ser representado por:

$$P_k = (a_p + b_p V_k + c_p V_k^2) P_k^{nom}$$
$$Q_k = (a_q + b_q V_k + c_q V_k^2) Q_k^{nom}$$

onde:

a_p, a_q : parcela da carga ativa/reativa modelada como potência constante;

b_p, b_q : parcela da carga ativa/reativa modelada como corrente constante;

c_p, c_q : parcela da carga ativa/reativa modelada como impedância constante;

sendo que:

$$a_p + b_p + c_p = 1$$

$$a_q + b_q + c_q = 1$$

1.3 Referências Bibliográficas

- [Broadwater, 1988] R.P. Broadwater, A. Chandrasekaram, C.T. Huddleston, and A.H. Khan, “Power Flow Analysis of Unabridged Multiphase Radial Distribution Systems”, *Electric Power System Research*, vol. 14, 1988.
- [Chen, 1991] T.-H. Chen, M.-S. Chen, et al., “Distribution System Power Flow Analysis – A Rigid Approach”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, no. 3, pp. 1146-1152, July 1991.
- [Monticelli, 1983] A. Monticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Ed. Edgar Blücher Ltda., 1983.
- [Shirmohammadi, 1988] D. Shirmohammadi, H.W. Hong, A. Semlyen, and G.X. Luo, “A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 753-762, May 1988.
- [Srinivas, 2000] M.S. Srinivas, “Distribution Load Flows: A Brief Review”, *Proceedings of the 2000 IEEE PES Summer Meeting*, Singapore, January 2000.